

## **ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗВЕРТЫВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИДЕИ В НОВОЕ ВРЕМЯ**

---

Целью настоящей статьи является философский анализ развития математической идеи в новоевропейской науке. Основным методом анализа выступает синтез исторического и логического в науке в процессе формирования научной реальности, который дополняется герменевтической методологией. В Новое время развертывание математической идеи делает скачок вперед. Идея как таковая оторвалась от практических идей V–IV вв. до н. э. и, совершив герменевтический круг, преодолев противопоставление чистой и прикладной математике, снова возвращается к практическим задачам. Как только математика обращается к исследованию процессов – преобразований геометрических форм, в центре ее внимания оказывается изучение переменных величин, что вызвало необходимость открытий дифференциального и интегрального исчисления. Это привело к преобразованию объекта математики: произошел поворот от изучения отношения между постоянными величинами к отношениям между переменными величинами, что явилось абсолютной новизной. Теперь происходит отделение алгебры от геометрии и начинается дифференциация внутри математики. Изменяется и предмет математики: если раньше это была наука о числах и величинах, то теперь она становится наукой о количестве и форме, т. е. общий уровень абстракции и обобщения значительно повысился. Открываются новые перспективы и горизонты познания. Материалы статьи могут применяться в самых разных исследованиях эволюции научной реальности.

**ИДЕЯ; МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИДЕЯ; НОВОЕ ВРЕМЯ; ГЕРМЕНЕВТИЧЕСКИЙ КРУГ; КАРТЕЗИАНСТВО; ЭМПИРИЗМ; РАЦИОНАЛИЗМ; КОНЦЕПТУАЛИЗМ; АПРИОРИЗМ; РЕАЛИЗМ; КОНВЕНЦИАЛИЗМ.**

---

Проблемы, порожденные кризисом математики в V в., составляли содержание в ее развитии вплоть до XVII в. и определяли общее направление научного поиска в ней, приведшего к новой революции в математике.

Развертывание идеи через научный поиск вовсе не означает непрерывности единожды взятого направления. Так, «во второй половине I в. до н. э. исследования по математике практически прекращаются и происходит перерыв в передаче научной традиции» [1, с. 128]. Во II в. н. э. наблюдается оживление поиска; на этот раз центром становится Александрия. Здесь

велись оригинальные исследования, хотя компилирование всё более становится основным видом научной деятельности. Происходит возврат к числу, вычисление и самостоятельное построение алгебры (Герон, Диофант, Клавдий Птолемей). Впервые в математику вводится буквенная символика. Но возрождение занятий математикой «засыпает» вместе с гибелью рабовладельческой античной культуры, и с VIII в. н. э. эстафету подобных занятий подхватывают арабы, которые с XIII в. стали передавать ее Европе. При этом не обошлось без серьезных потерь. Так, отступлением назад по сравнению с



эпохой Диофанта был отказ от буквенной символики. Неизвестное и его степени записывались словесно, что, разумеется, делало алгебру громоздкой и малооперативной.

В ходе научного поиска идея развертывается, порождая производные идеи, в том числе и фундаментальные, для того или иного направления развития, выдвигая новые методы и понятия. Так происходило, например, развитие одного из важнейших направлений научного поиска в математике – решения проблемы бесконечности в связи с поисками общего правила для вычисления площадей и объемов криволинейных фигур и тел. На этом пути зарождалась инфинитезимальная математика. Начало ее ведут от метода неделимых, предложенного еще Демокритом (IV в. до н. э.) и получившего развитие в трудах Архимеда (III в. до н. э.). В основе этого метода лежало представление, что фигуры и тела составлены из элементов меньшей размерности. Евдокс (IV в. до н. э.) в противовес методу Демокрита разрабатывает метод исчерпывания, не содержащий ссылки на атомизм. Вслед за этим Архимед развивает метод интегральных сумм, который вплотную подводит его к открытию дифференциального и интегрального исчисления. Именно архимедова метода стала отправной точкой для развития данного направления математики в Новое время.

Но при этом развитие математической мысли как бы идет по второму кругу. И. Кеплер и Б. Кавальери развивают метод неделимых. К середине XVII в. метод неделимых арифметизируется, освобождается от громоздких геометрических конструкций, начинает использовать язык новой алгебры. Рождается новый взгляд на неделимые – их начинают трактовать «не как образование меньшей размерности, чем рассматриваемая фигура или тело», но как однородные с ней бесконечно малые элементы [1, с. 33]. В том же XVII в. П. Ферма разрабатывает метод интегральных сумм, вносит большой вклад в развитие и прояснение математического смысла касательной. Это напоминает герменевтический круг: положения, выдвинутые Архимедом и его последователями, осмысливаются в свете всего накопленного опыта математических занятий и на ином уровне познавательных методологических принципов.

В частности, сами эти принципы имели двойную направленность. Общим было одно –

«созерцательный, теологический текстовый характер познавательной деятельности» [2, с. 44], который ими утверждался. Одно из этих направлений – августицианство, унаследовавшее многие черты неоплатонизма. Характерной его чертой был символизм: говорящим, активным началом является слово; всё создано Творцом, его логосом, и поэтому всё символично; оно лишь «воспроизводило, воплощало, олицетворяло скрытую за ним фундаментальную сущность... Переданное человеку, оно выступало и универсальным орудием постижения творения» [Там же. С. 35]. Исполнен символического содержания и сам человек, выступая олицетворением единства микро- и макрокосма. Методами интроскопии он в состоянии постичь многие тайны тварного мира и его отношения к сакральному миру. Близкую к этому точку зрения выражал Паскаль: «Мы познаем истину *не только разумом, но и сердцем...* Именно сердцем мы познаем начальные понятия, и тщетно рассудок, к этому не приспособленный, пытается их оспорить... Знание первоначал – пространства, времени, движения, числа – твердо. На эти-то знания, добытые сердцем и инстинктом, и должен опираться разум и основывать на них все свои рассуждения. Мы сердцем знаем, что число чисел бесконечно, а уж потом разум наш доказывает, что нет двух таких квадратных чисел, из которых одно было вдвое больше другого» [3, с. 304–305]. Иначе говоря, этому подходу присуще признание фундаментальности интуиции, и даже не интеллектуальной, а симпатической.

Другое направление – это христианская версия Аристотеля и Аверроэса, разработанная Фомой Аквинским и Альбертом Великим. Именно в ее рамках слышалось положение о том, что Творец дал человеку разум для того, чтобы им пользоваться, что всё «тварное», т. е. сотворенное, богопознаваемо, в том числе и «мировой порядок», который стал постепенно отождествляться с математичностью («Природа написана на языке математики») и панлогизмом («Божество логики, онтологии и теории познания»).

В XVII в. развертывание математической идеи делает новый скачок вперед. Идея оторвалась от практических идей V–IV вв. до н. э. и, совершив герменевтический круг, преодолел противопоставление чистой и прикладной математике, «физике» (наука о природе) и ма-

тематике, снова возвращается к практическим задачам, находя в них новые стимулы и материалы для исследования. По характеристике Б.Я. Яшина, «в силу прежде всего запросов практики... Математики обращаются к исследованиям движения, процессов, преобразований геометрических форм. В центре внимания математиков оказывается изучение *переменных величин*, с которыми в математику вошло движение... и благодаря этому стало *немедленно необходимым дифференциальное и интегральное исчисление*» [4, с. 35].

В области исчисления бесконечно малых первым итогом стал поворот, осуществившийся в объекте математики – от изучения отношения между постоянными величинами к отношениям между переменными величинами. Это была абсолютная новизна, и ее следствием было разрешение всех противоречий и парадоксов, поразивших некогда античную математику. Происходит отделение алгебры от геометрии, и начинается дифференциация внутри математики. Изменяется и предмет математики: если раньше это была наука о числах и величинах, то теперь она становится наукой о количестве и форме, т. е. общий уровень абстракции и обобщения значительно повысился. Открываются новые перспективы и горизонты познания.

Эта революция в математике, однако, еще глубоко не затрагивает общеметодологические основы познания (несмотря на всё более острую критику схоластивизированной перипатетики). Онтологизированная логика, законы которой распространяются на мир, считается основой математизации. Так, по Г. Галилею, «человеческий разум постигает некоторые истины столь совершенно и с такой абсолютностью, какую имеет сама природа. Таковы чистые математические науки, геометрия и арифметика. Хотя божественный разум знает о них бесконечно больше истин, ибо он объемлет всё, но то немногое, что доступно человеческому разуму, он постигает полным, ибо его познание объективно достоверного равно божественному» [5, с. 230]. Та же мысль зафиксирована и в логике Пор-Рояля в правилах для аксиом: «Принимать за аксиомы только совершенно очевидные положения. Очевидное – то, что признается истинным без усилий ума» [6, с. 54].

Но в эту схему, в общих чертах сохранившуюся на целые столетия, картезианство, на-

ходившееся у истоков революции в математике, внесло весьма существенные потаенные перемены. В эпоху античности и средневековья господствовало представление о цельности человека. В христианстве он был двуедин, но не интровертен, не подобен «матрешке», в которой одна кукла помещена в другую. Тело и душа – обе стороны одного и того же человека. Мыслит, как и трудится, один человек, существо тварное, как и весь материальный мир, каждая вещь в котором также имеет две стороны – сенсibiliи и интеллигибелии. Интеллект имеет ту же логическую структуру, как и отношение интеллигибелей. Интеллектуальная интуиция («сердце» у Паскаля) – надежный наш поводырь в познании.

Картезианство исходит из тезиса об отчетливой различимости материального и ментального. По характеристике Р. Рорти, картезианская интуиция, основанная на противопоставлении телесного и духовного, предполагает непреодолимую антитезу тела и духа, оставляя лишь две возможности: «либо два несводимых друг к другу онтологических вида (две субстанции), либо дуализм на базе онтологической пропасти» [7, с. 14]. Для того чтобы преодолеть разрыв между тем и другим в познании, требуется новая методологическая основа. Базис ее Декарт видит в априоризме, в концепции «врожденных идей», «врожденной истины». «Человеческий ум содержит в себе нечто божественное, в чем посажены первые семена полезных мыслей так, что часто, как бы они не были заглушены посторонними занятиями, они приносят самопроизвольные плоды» [8, с. 276]. Это доказывают арифметика, геометрия и аналитическая геометрия. Иначе говоря, математика покоится на априорных началах. Во всяком случае, только так можно истолковать его мнение о том, что «едва ли существуют настолько тупые и глупые люди, которые не были бы способны усваивать математику и подниматься до ее высших знаний» [Там же. С. 235].

Это весьма характерно для развития математической и научной идеи в целом. Непредвиденное (потому что оно представляется немислимым по ту сторону преодоленного горизонта знания) в итоге научной революции внезапно осознается как нечто, строго говоря, совершенно естественное и очевидное. Непонятным теперь становится непонимание этого.



Несколько отличный от Декарта вариант априорности, обосновывающий истинность и необходимость математических утверждений, предлагал Лейбниц, утверждавший, что «необходимые истины, вроде тех, которые встречаются в чистой математике, в особенности в арифметике и геометрии, должны покоиться на принципах, доказательство которых не зависит от примеров и, следовательно, от свидетельств чувств, хотя, не будь чувств, нам никогда не пришло бы в голову задумываться над ними» [9, с. 172]. Иначе говоря: «Вечные законы разума нельзя прочесть в душе прямо, без всякого труда, но достаточно, если их можно открыть в нас, направив на это свое внимание» [10, с. 14]. Определяя различие в подходе Декарта и Лейбница, Н. Бурбаки отмечает: «Декарт и Паскаль стремились, прежде всего, к тому, чтобы освободить философскую мысль от опеки схоластики. Они отбрасывали всё то, что могло быть связано с ней, и в первую очередь формальную логику». Правила о рассуждениях Декарта «являются прежде всего психологическими наставлениями» и имеют, по Лейбницу, лишь «субъективную значимость» [Там же. С. 15].

Задача Лейбница была шире. До XVII в. геометрия развивалась по примеру Евклида как жестко аксиоматизированная система. В отличие от этого арифметика-алгебра складывались из разрозненных, полуэмпирических исследований. В XVII в. умножились исследования по алгебре — вплоть до аналитической геометрии Декарта, смыкавшей геометрию с алгеброй. Но с развитием алгебры нельзя было не заметить аналогии, существующей между правилами алгебры: и те, и другие обладают тем общим свойством, что они применимы к неопределенным объектам (высказываниям и числам). Переход от словесного описания алгебраических задач и построений к символическому, осуществляемый уже в трудах Виетта и Декарта, открывает новую перспективу. «Лейбниц, который был не только философом, но и величайшим математиком, умел извлекать из своего математического опыта ростки тех идей, которым суждено было вывести формальную логику из схолистического тупика» [Там же. С. 14]. Тем самым Лейбниц как бы приоткрывает тайну математической идеи, заставляя ее заговорить на своем собственном языке. И подобное понимание идеи имеет то преимущество, что, по словам

Г. Гейне, именно в трудах Лейбница «перед нами учение о врожденных идеях в наиболее законченном виде» [11, с. 85]. Разъясняя эту мысль, он пишет, что «Лейбниц занимался примирением Платона и Аристотеля... Платон насковзь идеалист и признает только врожденные или, точнее, прирожденные идеи: человек приносит идеи с собою в мир, и когда он осознает их, они представляются ему как бы воспоминаниями из прежнего бытия. Отсюда всё неопределенное и мистическое у Платона — он вспоминает не вполне отчетливо. У Аристотеля, напротив, всё ясно, всё отчетливо, всё определено, ибо его знания раскрываются ему не в отношениях, предшествовавших бытию, — он черпает *всё из опыта* и умеет всё точнейшим образом классифицировать» [Там же. С. 87]. Иначе говоря, речь идет об антитезе трансцендентного и трансцендентального в научном познании, противостояние которых и пытался снять Лейбниц.

Примечателен комментарий Т.И. Ойзермана: «Проблема предустановленной гармонии, поставленная Лейбницем, представляется нам неправильно сформулированной *реальной проблемой единства Мира*, универсальной связи всех явлений» [12, с. 203]. И если, по словам Гёте, мы ничего не знаем о мире вне его отношения к человеку, то важнейшей характеристикой подобного отношения является то, что сам человек — лишь особое звено в сети, лишь элемент структуры универсальной взаимосвязи, и соответственно этому «разумение человека — вне природы, а есть разумение природы о себе, законы мышления, осознанные законы бытия, следовательно, мысль несколько не теснит бытия, а освобождает его» [13, с. 111]. Это, наконец, соответствует и формуле Гегеля: «Возвышение понятия над жизнью состоит в том, что его реальность есть форма понятия, освобожденная от единичного в качестве всеобщности» [14, с. 233]. Но это как раз уже является проблемой универсалий, т. е. вопросом о природе родовых понятий и общих имен.

Порфирий, философ-неоплатоник III в. н. э., комментируя Аристотеля, писал, что «существует вопрос относительно родов и видов, существуют ли они в действительности, или же только в мышлении, и если они существуют в действительности, телесны ли они, или бестелесны, и существуют ли они отдельно от чувственных вещей, или в них, слитно с

ними» [См.: 15, с. 147]. Первый шаг в поисках ответа на этот вопрос состоял в разграничении понятий «общее имя» и «родовое понятие». «Общее имя» — это собирательное понятие, понятие, в котором отображены признаки целого класса однородных предметов, имеющих одно и то же название (например, «дерево», «звезда», «лошадь» и т. п.). В отличие от этого универсалия — не вообще имя, а общее, родовое понятие, *идея*.

В ходе дискуссий по поводу природы универсалий в IX—XIV вв. выделились три возможных подхода к этой проблеме. Прежде всего это умеренный реализм. Ибн-Рушд, Фома Аквинский саму проблему универсалий подразделили на три, каждая из которых имеет собственное решение. Во-первых, это универсалии, находящиеся в божественном разуме и существующие до единичных вещей (*causa exemplaris, universalia ante rem*). Во-вторых, универсалии, существующие как общее в самих единичных, но мысленно отделимое в абстракции. Так Аристотель трактовал математические объекты (*universalia in re*). В-третьих, универсалии, существующие в разуме человека апостериори, т. е. нечто сугубо воображаемое. Во всех этих случаях единичное оказывается тем, что возникает и исчезает, тогда как тип, общее, универсалия не зависит от смены поколений единичностей, она обладает сравнительно с ними высшей, более устойчивой реальностью, и «мы должны проникнуть в объединяющую деятельность ума и отыскать те основания, те действительные факты, на которые она опирается» [Там же. С. 152].

Другое возможное решение вопроса об универсалиях — номинализм (Д. Скотт, У. Оккам). Согласно этому подходу, универсалии — лишь имена; реальны только единичные вещи (*vox et proterea nihil*). По сути дела, в зачатке это была философия языка, что было правильно подмечено В. Минто: «Познание невозможно без общения, а таким средством сообщения и является язык. Сомнительно даже, могло бы мышление пойти так далеко без символов, с помощью которых понятия приобретают известную определенность и точность. Нельзя объяснить понятия без ссылки на его символ» [Там же. С. 154].

Третье направление в решении вопроса об универсалиях — концептуализм (Пьер Абеляр, Шильбер Порретанский). Согласно этому под-

ходу, универсалии не существуют сами по себе, независимо от отдельных вещей, но и не являются только именем; они относятся к особой форме познания действительности, допытным общим понятием (концептам). Это — идеальные сущности, которые изначально находятся в уме человека. Восхождение от чувственного опыта к концептам реализуется путем концептуальной интуиции, в процессе которой осуществляется переход от имеющегося наглядного образа к общему понятию, концепту.

На уровне XVII в. разработка Декартом и Лейбницем проблемы универсалий, с одной стороны, выдвигала в качестве альтернативы либо умеренный реализм (Декарт), либо концептуализм (Лейбниц), но, с другой стороны, вольно или невольно ставила проблему отношения грамматики и логики, законов языка и законов мышления.

Эту сторону дела в вопросе об универсалиях, и как раз в аспекте математического мышления, отмечает Н. Хомский. Он обращает внимание на то общее, что роднит Декарта и Лейбница, и в то же время разделяет их. Это — лежащий в основе рассуждений того и другого дуализм души и тела, нуса и сомы. Тот и другой дают версии преодоления разрыва между субъектом и объектом в познании. Так как прямая связь души и тела отвергается, то априоризм, концепция «врожденных идей» «определяет характер того, что может быть познано» [16, с. 176]. Различие же между Декартом и Лейбницем состоит в том, что Декарт утверждает абсолютный гносеологический дуализм, тогда как Лейбниц ищет путь преодоления разрыва, не отказываясь от дуализма. Отсюда, согласно Декарту, раньше всякого опыта «в нас была идея истинного треугольника» [17, с. 207], тогда как, по Лейбницу, «идеи и истины врожденны в нас лишь как определенные предрасположенности» [18, с. 52]. По словам Б. Уорфа, у рационалистов «считается, что речь, т. е. использование языка, лишь выражает то, что уже в основных чертах сложилось помимо языка. Мысль, согласно этой системе взглядов, зависит не от грамматики, а от законов логики или мышления, будто бы одинаковых для всех областей вселенной и отражающих рациональное начало, которое может быть обнаружено всеми разумными людьми независимо друг от друга... У нас принято считать, что математические формулы и



постулаты формальной логики имеют дело как раз с подобными явлениями, т. е. со сферой и законами чистого мышления» [19, с. 203].

Очевидно, что в сфере чистого мышления язык математики, математическая символика отнюдь не заложены. Если Декарт прибегал к алгебраической символике спорадически, то Лейбниц видит в ней особое достоинство. И это создает для него острую проблему. С одной стороны, Лейбница увлекают «большие проекты формализации языка и мышления. Как только он познакомился с алгеброй, он использовал ее для своей *Универсальной характеристики*, под которой подразумевал некий символический язык, способный без двусмысленности выразить все человеческие мысли. Хотя подобные чаяния и могут показаться чрезмерными, но всё же надо признать, что, находясь именно под их постоянным воздействием, Лейбниц создал значительную часть своих математических трудов, и прежде всего свои работы по символике исчисления бесконечно малых» [10, с. 15–16]. Но, становясь на этот путь, априорист Лейбниц приоткрывает двери математическому конвенциализму, оставаясь на позициях концептуализма. Принимается, что «абстрактные сущности образуют самостоятельную сферу, которая является относительно независимой от индивидуумов, но не является независимой от субъекта или носителя языка. Наоборот, эта сфера считается результатом логико-конструктивной активности носителя языка» [20, с. 84]. Но объективация абстрактных сущностей в системе немотивированных знаков, символов, наделенных четким значением как раз и ведет к конвенциализму. «По этому пути идут рационалистически ориентированные философы, начиная, по крайней мере, с Лейбница, а также логики, математики, семиотики, развивающие концепцию Ч. Пирса» [21, с. 85].

Таким образом, «возвышение понятия над жизнью» (Гегель) порождает одновременно с этим раздвоение идеи на субъективное понятие, реальность которого есть оно само по себе, и на объективное понятие, которое отражает реальное во всей его полноте. Второе проявляется одновременно как отчуждение идеи, опредмечивание сознания, объективация мысли, превращение идеального в объективную реальность. Но теперь и сама математическая идея расходится на рационализм и эмпиризм

как антитезы интерпретации природы математического объекта. Именно через эмпиризм, через отрицание априоризма пролегал путь к конвенциализму. И это был путь переосмысления природы математической идеи. Но такое переосмысление требовало одновременно отказа как от умеренного реализма, так и от последовательного концептуализма.

В частности, Дж. Локк в работе «Опыт о человеческом разумении» отвергает априорность в математике. По его словам, всем известно, что доказать теорему труднее, чем понять ее и согласиться с нею после того, как она уже доказана. Да и самому доказательству предшествует обучение. Математический объект в своей исходной основе, по Локку, это наиболее простые и в то же время массовидные отношения в нашем опыте. Их обнаруживает любой объект, с которым имеют дело наши чувства, любая мысль в нашем уме, которую мы помыслим. Так, число относится ко всему, что измеримо. Детей учат считать. Дикари умеют считать не дальше, чем требует их опыт. Но они доходят до «способности достигать указанной цели только путем практики и упражнения... Только практика совершенствует наш ум так же, как и тело, и мы вправе ожидать чего-либо от нашего разума только в той мере, в какой он совершенствуется путем навыка» [22, с. 217].

Но сводить к этому взгляды Локка на математический объект было бы всё же упрощением по отношению не только к нему, но и к процессу развертывания математической идеи. По оценке В. Виндельбанда, Локк был мыслителем, «признававшим внутренний опыт равноправным с внешним, и в подобном качестве он был преемником скептицизма Декарта»; он пытался определить, «как далеко вообще простирается познавательная деятельность человека... гносеологическая мысль Локка исходит из сомневающейся мысли, не является ли всеобъемлющее познание целью, изначально недостижимой для человека в силу его собственной сущности» [23, с. 267]. Утверждая единство внутреннего и внешнего опыта, Локк пытался обойти коренную трудность в понимании математики, унаследованную от античности и средневековья: «математика основывалась на признании объективности существования абстрактных объектов и почти общепринятого убеждения в отсутствии хорошо объяснимой

связи между этими абстрактными объектами и эмпирическими явлениями. Ясно, что одновременное допущение этих вещей приводит к неудовлетворительной философской концепции, чреватой противоречиями и почти непреодолимыми трудностями» [24, с. 63–64].

Утверждение Локка о том, что достаточным основанием познания является то, что «одни и те же идеи вечно сохраняют одни и те же свойства и отношения» [22, с. 6], при том, что он допускает «истины знания», лежащие за пределами воспринимаемого нами, позволяет заключить, что он считал абстрактные математические объекты чисто структурными, в отличие от конкретных «субъективных» объектов. Но в таком случае явно «Локк путает высказывание „q необходимо следует из p” и „q необходимо”» [25, с. 65]. Смешиваются наглядность и чувственная данность.

С точки зрения Д. Юма, развивавшего эмпирическую линию Локка, математические объекты, или идеи математических наук, «будучи доступными ощущениям, всегда ясны и определены... главное же затруднение в математике состоит в протяженности (т. е. громоздкости) умозаключений, необходимых для того, чтобы прийти к какому-нибудь выводу» [26, с. 81–82]. В этом кроется непосредственность рассуждений Юма. В его лице «номинализм той эпохи достигает высшей точки, но одновременно с этим и пределов своих возможностей: совершенство абстракции сводится к законченности, достигаемой „привычкой”» [27, с. 379]. Утверждая, что «науки о количестве и числе... могут быть с полным правом признаны единственным объектом знания и демонстративного доказательства» [26, с. 226–227], Юм, по меткому замечанию А. Папа, «не различает истинное и воображимое» [25, с. 85]. Это особенно ярко проявляется в юмовском понимании математической истины как атрибута аналитического суждения. По словам И. Канта, Юм, устремившись к исследованию «всего поля чистого познания *apriori*... неосмотрительно исключил отсюда целую и притом самую важную область, а именно чистую математику... Его мнение было равносильно тому, как если бы он сказал, что чистая математика содержит только *аналитические* положения» [28, с. 32].

Завершенную форму сенсуалистического номинализма находит в математическом кон-

венциализме Дж. Беркли. По его утверждению, «число есть всецело создание духа» [29, с. 176]. Оно «не есть нечто определенное и установленное, существующее реально в самих вещах... Оно есть всецело создание духа, рассматривающего или простую идею саму по себе, или какую-либо комбинацию простых идей, которой дается одно имя и которая, таким образом, сходит за единицу» [Там же. С. 102].

Такая философская позиция по отношению к природе математического объекта соответствует той стадии развития идеи, когда она переходит в определенном отношении в свое отрицание. Следуя Гегелю, можно сказать, что философская мысль «вращалась вокруг определений субстанции, простоты, имматериальности определений, для которых она полагала в основание в качестве *субъекта* представление о духе, почерпнутое из *эмпирического* сознания, а затем вопрошала, какие предикаты согласуются с восприятиями», чтобы в конце концов, «исходя из опыта, прийти путем формального умозаключения к противоположным определениям» [14, с. 234].

Возникающий таким образом герменевтический круг в истолковании природы математического объекта завершает И. Кант, стремящийся в новом отрицании синтезировать рационализм и эмпиризм. В этом суть априоризма Канта. Не отрицая единичности чувственных образов и восприятий, но утверждая вслед за рационалистами необходимость и истинность математических рассуждений, Кант ищет опору этому в априорных формах чистого опыта, противопоставляя их роли *привычки*, в которой Юм искал универсальную панацею от всех трудностей гносеологии. Тем самым утверждается имматериализм универсалий. И это окончательно завершает тот этап развертывания идеи, который Гегель именует *жизнью*. В итоге подобного развертывания «истиной идеи жизни оказалась идея духа... Ведь в жизни реальность идеи выступает как *единичность*; *всеобщность* же, или род, есть *внутреннее*... Истина жизни... снимает абстрактную или, что то же самое, непосредственную единичность и как *тождественное* тождественна с собой, как род равна самой себе. Эта идея и есть дух... в той форме, которая присуща этой идее как логической» [Там же. С. 239]. Но это завершение очередного витка спирали герменевтического



круга в философии математики, а не в гносеологии. И здесь не лишним будет привести слова М.К. Мамардашвили, относящиеся к рассматриваемому этапу: «В положении идеалистического рационализма XVII в. о врожденности идей на деле отразился тот факт, что у научного знания, взятого как отдельный элемент (идея), обнаруживаются не только свойства, порожденные наличием существующего вне сознания отдельного объекта этого знания, но и свойства, порождаемые в нем связью с другими знаниями и с общей системой мышления. Это фактический предмет и источник приведенного рационалистического тезиса, реальная проблема теории врожденных идей, скрывающаяся за историческим контекстом их своеобразного освоения и выражения» [30, с. 62].

Определенный круг в развитии в ту же эпоху математическая идея получила в обсуж-

дении вопроса об отношении математики и логики. Декарт выдвинул идею «универсальной математики», которая должна предвещать другие математические дисциплины. Но вопрос о соотношении с логикой он не ставил. В отличие от него Лейбниц пытался построить систему логических исчислений. Однако сколько-нибудь внятно он не выдвинул задачу обоснования математики, хотя и предвосхищал концепции науки, в которых логика выступала основанием математики. Кант же такую задачу продумывал. Но отсутствие развитой формализованной логики и теории порождающих конструкций не давало ему возможности шагнуть дальше Декарта.

Таким образом, сам по себе революционный в области математики XVII в. открывает перспективу движения математической мысли к новой революции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петрова С.С., Демидов С.С. Развитие математического анализа // Очерки по истории математики. М.: Изд-во МГУ, 1997.
2. Ильин В.В. Философия науки. М.: Изд-во МГУ, 2003. 359 с.
3. Паскаль Б. Мысли // Антология мировой философии. Т. 2. М.: Мысль, 1970. 776 с.
4. Яшин Б.Л. Математическое знание и его история в контексте философских проблем // Философия науки. Методология и история конкретных наук. М., 2007.
5. Галилей Г. Диалог о двух главнейших системах мира // Антология мировой философии. Т. 2. М.: Мысль, 1970. 776 с.
6. Арно А., Николь П. Логика, или искусство мыслить. М.: Наука, 1991. 413 с.
7. Рорти Р. Философия и зеркало природы. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1997. 296 с.
8. Декарт Р. Правила для руководства ума // Антология мировой философии. Т. 2. М.: Мысль, 1970. 776 с.
9. Лейбниц Г. Сочинения. Т. 1. М.: Мысль, 1982. 636 с.
10. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М.: Иностранная лит., 1963. 292 с.
11. Гейне Г.К. Истории религии и философии в Германии. М.: Прогресс, 1994. 232 с.
12. Ойзерман Т.И. Проблемы историко-философской науки. М.: Мысль, 1969. 402 с.
13. Герцен А.И. Избранные философские произведения. М.: Госполитиздат, 1948. 740 с.
14. Гегель Г.В.Ф. Наука логики. Т. 3. М.: Мысль, 1972. 376 с.
15. Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. М.: Тип. И.Д. Сытина, 1898. 542 с.
16. Хомский Н. Теория врожденных идей // Философия языка. М.: Едиториал УРСС, 2004. 208 с.
17. Декарт Р. Сочинения. В 2 т. Т. 2. М.: Мысль, 1994. 633 с.
18. Лейбниц Г.В. Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1983. 686 с.
19. Уорф Б.Л. Наука и языкознание // Язык как образ мира. М.: АСТ, 2003. 576 с.
20. Тондл Л. Проблемы семантики. М.: Прогресс, 1993. 488 с.
21. Чертов Л.Ф. Знаковость. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1993. 388 с.
22. Локк Дж. Сочинения. В 3 т. Т. 2. М.: Мысль, 1985. 560 с.
23. Виндельбанд В. История новой философии. Т. 1. М.: Канон-пресс-Ц, 2000. 639 с.
24. Целищев В.В., Карпович В.Н., Поляков Н.В. Логика и язык научной теории. Новосибирск: Наука, 1982. 189 с.
25. Пап А. Семантика и необходимая истина. Исследование оснований аналитической философии. М.: Идея-Пресс, 2002. 418 с.
26. Юм Д. Исследование о человеческом разуме. М.: Прогресс, 1995. 237 с.
27. Реале Дж., Антисери Д. Западная философия от истоков до наших дней. Т. 3. СПб.: Петрополис, 1996. 714 с.

28. **Кант И.** Прологомены ко всякой будущей метафизике, могущей возникнуть в смысле науки. М.: Прогресс, 1993. 237 с.

29. **Беркли Дж.** Сочинения. М.: Мысль, 1978. 556 с.

30. **Мамардашвили М.К.** Некоторые вопросы исследования истории философии // Вопросы философии. 1969. № 12.

**ЛЕЗГИНА Марина Львовна** — доктор философских наук, профессор Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена.

Россия, 191186, Санкт-Петербург, наб. р. Мойки, 48

e-mail: lezgina@mail.ru

**ИВАНОВ Вячеслав Григорьевич** — доктор философских наук, профессор Санкт-Петербургского государственного университета.

Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

e-mail: lezgina@mail.ru

---

---

M.L. Lezgina, V.G. Ivanov

## THE EPISTEMOLOGIC ANALYSIS OF EVOLVING OF MATHEMATICAL IDEA IN MODERN TIMES

The purpose of this article is the philosophical analysis of development of mathematical idea in modern European science. The main method of such analysis is the synthesis of historicity and logicity in science in forming of scientific reality. Such method is added by hermeneutic methodology. In modern times, evolving mathematical idea makes a leap forward. The idea as such, divorced from practical ideas in the V–IV century BC and, having made a hermeneutic circle, overcoming the opposition of pure and applied mathematics, she returns to the practical problems. Since the mathematics is drawn to the study of processes — the transformation of geometric shapes — in the center of her attention is the study of the variables that caused the need for differential and integral calculus discoveries. This has led to the transformation of the object of mathematics: there was a turn from the study of the relationship between the constant values to the relationship between variables, which was the absolute novelty. From this point there is separating algebra from geometry and differentiation arises inside mathematics. The subject of mathematics changes also: if earlier it was the science of numbers and quantities, but now it becomes the science of number and form, ie, the general level of abstraction and generalization has risen to higher level. New perspectives and horizons of knowledge opens. The results, received by authors, can be used in numerous variants of reevaluation of scientific reality.

IDEYA; MATHEMATICAL IDEA; MODERN TIMES; HERMENEUTIC CIRCLE; CARTESIAN; EMPIRICISM; RATIONALISM; CONCEPTUALISM; APRIORISM; CONVENTIONALISM.



## REFERENCES

1. Petrova S.S., Demidov S.S. Razvitiye matematicheskogo analiza. *Ocherki po istorii matematiki*. Moscow, MGU Publ., 1997. (In Russ.)
2. Ilin V.V. Filosofiya nauki. Moscow, MGU Publ., 2003. 359 p. (In Russ.)
3. Paskal B. Mysli. *Antologiya mirovoy filosofii*. Of vol. 2. Moscow, Mysl' Publ., 1970. 776 p. (In Russ.)
4. Yashin B.L. Matematicheskoye znaniye i yego istoriya v kontekste filosofskikh problem. *Filosofiya nauki. Metodologiya i istoriya konkretnykh nauk*. Moscow, 2007. (In Russ.)
5. Galiley G. Dialog o dvukh glavneyshikh sistemakh mira. *Antologiya mirovoy filosofii*. Of vol. 2. Moscow, Mysl' Publ., 1970. 776 p. (In Russ.)
6. Arno A., Nikol P. Logika, ili iskusstvo myslit'. Moscow, Nauka Publ., 1991. 413 p. (In Russ.)
7. Rorti R. Filosofiya i zerkalo prirody. Novosibirsk, Novosibirskiy univ. Publ., 1997. 296 p. (In Russ.)
8. Dekart R. Pravila dlya rukovodstva uma. *Antologiya mirovoy filosofii*. Of vol. 2. Moscow, Mysl' Publ., 1970. 776 p. (In Russ.)
9. Leybnits G. [Works]. Of vol. 1. Moscow, Mysl' Publ., 1982. 636 p. (In Russ.)
10. Burbaki N. Ocherki po istorii matematiki. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1963. 292 p. (In Russ.)
11. Gejne G.K. Istoriya religii i filosofii v Germanii. Moscow, Progress Publ., 1994. 232 p. (In Russ.)
12. Oyzerman T.I. Problemy istoriko-filosofskoy nauki. Moscow, Mysl' Publ., 1969. 402 p. (In Russ.)
13. Gertsen A.I. Izbrannyye filosofskiye proizvedeniya. Moscow, Gospolitizdat Publ., 1948. 740 p. (In Russ.)
14. Gegel G.V.F. Nauka logiki. Of vol. 3. Moscow, Mysl' Publ., 1972. 376 p. (In Russ.)
15. Minto V. Deduktivnaya i induktivnaya logika. Moscow, Tipografiya I.D. Sytina Publ., 1898. 542 p. (In Russ.)
16. Khomskiy N. Teoriya vrozhdennykh idey. *Filosofiya yazyka*. Moscow, Yeditorial URSS Publ., 2004. 208 p. (In Russ.)
17. Dekart R. [Works]. In 2 vol. Of vol. 2. Moscow, Mysl' Publ., 1994. 633 p. (In Russ.)
18. Leybnits G.V. [Works]. Of vol. 2. Moscow, Mysl' Publ., 1983. 686 p. (In Russ.)
19. Uorf B.L. Nauka i yazykoznanie. *Yazyk kak obraz mira*. Moscow, AST Publ., 2003. 576 p. (In Russ.)
20. Tondl L. Problemy semantiki. Moscow, Progress Publ., 1993. 488 p. (In Russ.)
21. Chertov L.F. Znakovost. St. Petersburg, SPbGU Publ., 1993. 388 p. (In Russ.)
22. Lokk Dzh. [Works]. In 3 vol. Of vol. 2. Moscow, Mysl' Publ., 1985. 560 p.
23. Vindelband V. Istoriya novoy filosofii. Of vol. 1. Moscow, Kanon-press-Ts Publ., 2000. 639 p. (In Russ.)
24. Tselishchev V.V., Karpovich V.N., Polyakov N.V. Logika i yazyk nauchnoy teorii. Novosibirsk, Nauka Publ., 1982. 189 p. (In Russ.)
25. Pap A. Semantika i neobkhodimaya istina. Issledovaniye osnovaniy analiticheskoy filosofii. Moscow, Ideya-Press Publ., 2002. 418 p. (In Russ.)
26. Yum D. Issledovaniye o chelovecheskom razumenii. Moscow, Progress Publ., 1995. 237 p. (In Russ.)
27. Reale Dzh., Antiseri D. Zapadnaya filosofiya ot istokov do nashikh dney. Of vol. 3. St. Petersburg, Petropolis Publ., 1996. 714 p. (In Russ.)
28. Kant I. Prolegomeny ko vsyakoy budushchey metafizike, mogushchey vozniknut v smysle nauki. Moscow, Progress Publ., 1993. 237 p. (In Russ.)
29. Berkli Dzh. [Works]. Moscow, Mysl' Publ., 1978. 556 p. (In Russ.)
30. Mamardashvili M.K. Nekotoryye voprosy issledovaniya istorii filosofii. *Voprosy filosofii*, 1969, no. 12. (In Russ.)

**LEZGINA Marina L.** – *Herzen State Pedagogical University of Russia.*

Nab. Moyki, 48, St. Petersburg, 191186, Russia

e-mail: lezgina@mail.ru

**IVANOV Vyacheslav G.** – *St. Petersburg State University.*

Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russia

e-mail: lezgina@mail.ru